

Всероссийская олимпиада школьников 2024-2025 учебный год

Муниципальный этап

Математика

9 класс

Продолжительность – 235 минут

Максимальный балл – 35

Задача №1 (7 баллов)

У Пети в копилке 1000 монет достоинством в 1 руб., 2 руб., 5 руб. на общую сумму 2000 руб., причём монет каждого достоинства не менее 10. Докажите, что количество однорублевых монет — составное число.

Задача №2 (7 баллов)

Найдите одиннадцать натуральных чисел, меньших 20 и таких, что как сумма всех этих чисел, так и их произведение являются степенями двойки.

Задача №3 (7 баллов)

Существует ли треугольник, в котором каждая из двух медиан по крайней мере в полтора раза длиннее стороны, к которой она проведена?

Задача №4 (7 баллов)

На доске написаны ненулевые числа a , b , c , а также числа $a^2 - b$, $b^2 - c$, $c^2 - a$. Какое наибольшее количество отрицательных чисел могло быть записано на доске?

Задача №5 (7 баллов)

На основании AD равнобокой трапеции $ABCD$ выбрана точка K . Прямые BK и CK вторично пересекают окружность, описанную около трапеции $ABCD$, в точках M и N соответственно. Докажите, что окружность, описанная около треугольника KMN , касается прямой AD .