

**Всероссийская олимпиада школьников 2024-2025 учебный год**

**Муниципальный этап**

**Математика**

**11 класс**

*Продолжительность – 235 минут*

*Максимальный балл – 35*

**Задача №1 (7 баллов)**

Известно, что  $\cos \alpha + \cos \beta = a$  и  $\sin \alpha + \sin \beta = b$ ,  $a^2 + b^2 \neq 0$ . Выразите  $\cos(\alpha + \beta)$  через  $a$  и  $b$ .

**Задача №2 (7 баллов)**

На плоскости расположены 2000 точек, любые три из которых являются вершинами треугольника площади меньше 1. Верно ли, что все точки можно закрыть треугольником площади 4?

**Задача №3 (7 баллов)**

Вася назвал натуральное число  $N$ . После этого Петя нашёл сумму цифр числа  $N$ , потом сумму цифр числа  $N+13N$ , потом сумму цифр числа  $N+2 \cdot 13N$ , потом сумму цифр числа  $N+3 \cdot 13N$  и т. д. Мог ли он каждый следующий раз получать результат, больший предыдущего?

**Задача №4 (7 баллов)**

Найдите все разбиения множества натуральных чисел на два таких непересекающихся подмножества, что любые два числа, разность которых — простое число, большее 100, лежат в разных подмножествах.

**Задача №5 (7 баллов)**

У театральных касс собралось 17 человек. Могло ли так оказаться, что у каждого человека количество друзей среди собравшихся отличалось от количества врагов среди собравшихся ровно на 3?